

La suma y la resta

Introducción

En el capítulo anterior, vimos que los números permiten expresar la cantidad de objetos que tiene una colección. *Juntar dos o más colecciones, agregar objetos a una colección, quitar objetos y separar de una colección una parte de ella* son acciones que permiten caracterizar dos operaciones aritméticas básicas, la suma y la resta. Estas operaciones matemáticas posibilitan anticipar el resultado de realizar las acciones antes señaladas y para ello se han construido a través de la historia técnicas de cálculo que van de la mano con el sistema de numeración utilizado para expresar dichas cantidades.

El estudio de la suma y la resta será abordado articulando sus distintos significados con la resolución de problemas de contexto. En particular, estudiaremos las llamadas situaciones aditivas, que son problemas simples que nos permiten ejemplificar los distintos significados de las operaciones. Paralelamente, trataremos el uso de diagramas, tanto para plantear como para resolver dichos problemas.

Una herramienta fundamental en el estudio de los números y sus operaciones es la recta numérica. En este capítulo, haremos uso de ella para visualizar las propiedades de la suma y de la resta. A partir de estas propiedades y de aquellas del sistema de numeración decimal, justificaremos diversas técnicas de cálculo mental y escrito. También trataremos en detalle los algoritmos usuales para estas operaciones, justificando su validez.

A lo largo del capítulo, se discutirán aspectos relacionados con la enseñanza. Por ejemplo, veremos cómo usar material concreto para el estudio de la suma y la resta, y sus algoritmos, y se analizarán dificultades y errores en el trabajo con estas operaciones.

1. La suma

Si tenemos dos colecciones de objetos, una con n objetos y la otra con m objetos, ¿cuántos objetos tenemos en total? La respuesta es la suma de los dos números, que escribiremos como $n + m$. Por ejemplo, al juntar una colección con 3 pelotas y otra con 5, la suma se puede representar como en la Figura II.1:

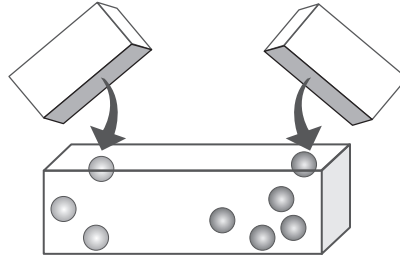


Figura II.1.

La adición se puede describir como la operación que da cuenta del resultado de contar los objetos que pertenecen a la unión de dos conjuntos disjuntos. Se suele distinguir entre la adición, como operación entre los números, y la suma, como el resultado de efectuar esa operación. Si bien esta distinción puede ser adecuada para un análisis teórico, en este texto usaremos la palabra suma en ambos casos.

Si interpretamos los números como medidas de segmentos, la suma de dos números corresponde al largo del segmento que resulta de añadir un segmento a continuación del otro, como se muestra en la Figura II.2.



Figura II.2.

Como vimos en el capítulo anterior, con esta interpretación un número n se pueden identificar con un punto en la recta numérica, correspondiente al extremo derecho de un segmento de longitud n cuyo extremo izquierdo es el 0. Así, en la recta numérica podemos representar la suma de dos números de la siguiente forma:

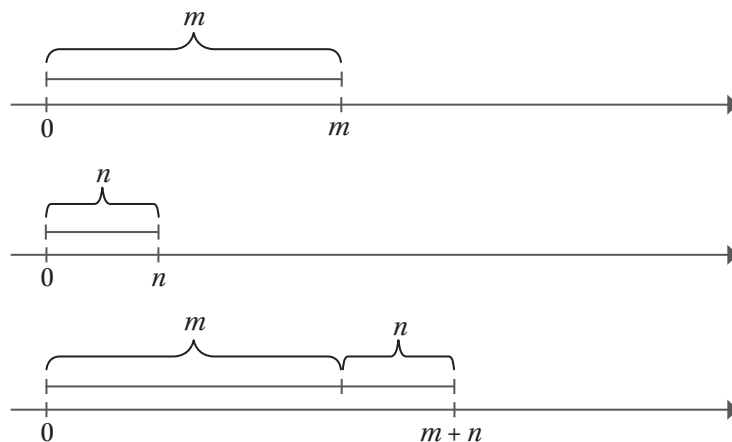


Figura II.3.

Si preguntamos a un niño o niña en edad preescolar cuánto es cuatro más tres, probablemente levantará cuatro dedos de una mano y tres de la otra, luego contará uno, dos, hasta siete. Esa es la esencia de sumar: reunir dos colecciones que contienen las cantidades adecuadas de objetos y luego contar.

Un niño algo mayor podría decir “cuatro” y después contar con el pulgar izquierdo, que es 5, el índice izquierdo, 6, y el dedo mayor izquierdo, 7. Este segundo proceso es algo más sofisticado que el anterior, porque implica la idea de contar a partir de un número distinto de 0. A este proceso se le llama *sobreconteo*.

Para pensar

¿Cuáles cree usted que pueden ser las limitaciones de sumar usando conteo y sobreconteo?

Los procedimientos mencionados, conteo y sobreconteo, dejan de ser eficaces con números un poco más grandes, es por eso que todos los pueblos desarrollaron métodos eficientes de cálculo. Es lo que hoy llamamos un algoritmo, es decir, un procedimiento mecánico que en un tiempo razonablemente pequeño nos dará un resultado.

Estamos tan acostumbrados al algoritmo habitual para sumar que aprendimos en la escuela, que a menudo confundimos el algoritmo con la operación, sin embargo, son muy distintos. Por una parte está la operación suma, es decir, encontrar la cantidad de elementos que resulta de juntar dos colecciones, y por otra está el procedimiento de cálculo con el que encontramos el resultado. Una buena manera de comprender la diferencia es imaginar que si fueran lo mismo, no habría distintas maneras de calcular, por ejemplo con ábacos o bloques base 10. Un romano de la Antigüedad no podría entender nuestro algoritmo, ya que este depende de la notación posicional decimal; sin embargo, ellos podían sumar en su propio sistema para responder a diversas situaciones.

1.1 Del conteo a la suma

Generalmente, en los niveles iniciales se plantean actividades en las que niños y niñas deben juntar los objetos de dos colecciones o agregar objetos a una colección ya establecida. Estas actividades son un primer acercamiento a la noción de suma y en ambos casos las acciones corresponden a aquellas que permiten caracterizar esta operación. En esta etapa, es recomendable que estas acciones se realicen con material concreto, como juntar las fichas que hay en dos cajas o agregar fichas a una caja que ya tiene algunas en su interior. Un segundo tipo de actividades son aquellas que usan representaciones pictóricas y donde la tarea principal corresponde a escribir la frase numérica que permite representar la situación. En dichos casos, se combinan dos tipos de registro, el pictórico y el simbólico, tal como ocurre en la actividad que se muestra en la Figura II.4:

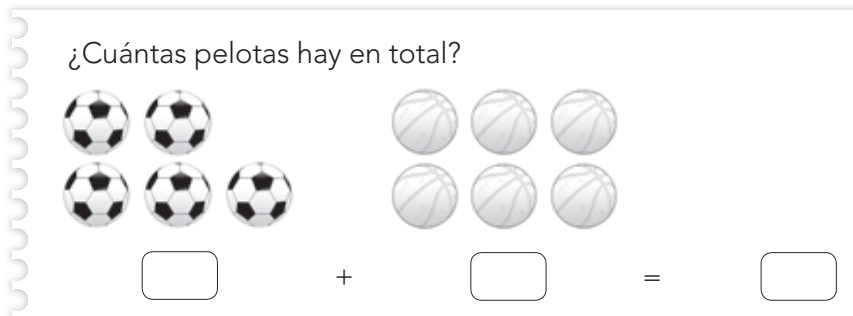


Figura II.4.

Para desarrollar la tarea, los estudiantes no deben usar un algoritmo o efectuar un procedimiento muy elaborado, se espera que asocien la acción de juntar las pelotas a la suma, escribiendo en los recuadros en blanco los números que corresponden a la situación gráfica. En situaciones como la anterior, la técnica que permite responder cuántas pelotas hay en total es el conteo de todas las pelotas dibujadas. Pero, ¿qué sucede si solo se muestra una de las colecciones de pelotas y para la otra solo se indica el cardinal? Por ejemplo, en la situación que aparece en la Figura II.5, se sabe que hay 8 pelotas de fútbol guardadas en una caja y además se presenta un grupo de pelotas de básquetbol dibujadas fuera de la caja.

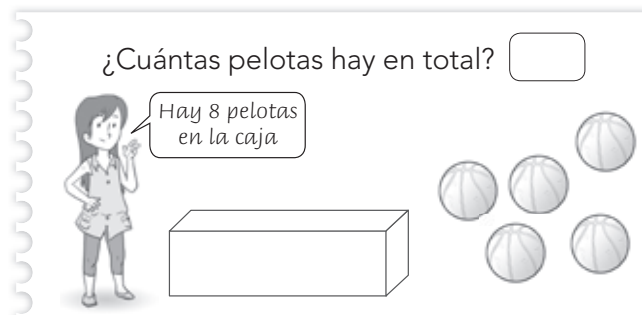


Figura II.5.

Como una de las colecciones no está disponible, una técnica natural para resolver la tarea es el sobreconteo, que, como mencionamos anteriormente, corresponde a contar a partir de un número distinto del 0. En este caso, se espera que los niños cuenten a partir del cardinal dado, 8, el resto de las pelotas que se muestran en la imagen.

Una forma de representar este procedimiento es mediante la recta numérica: a partir de 8, que corresponde a la cantidad de pelotas que hay en la caja, se avanza 5 lugares, que corresponde a la cantidad de pelotas fuera de la caja.

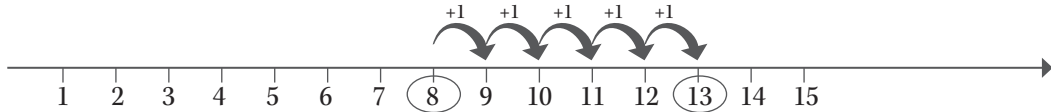


Figura II.6.

Cabe destacar que esta técnica es eficiente cuando uno de los sumandos es un dígito, por ejemplo, $18 + 4$. Pero frente a adiciones como $18 + 14$, la técnica no resulta tan eficaz, pues contar 14 a partir de 18, generalmente trae complicaciones. Por otra parte, qué pasa cuando se pide calcular $4 + 18$. Claramente contar 18 a partir de 4 puede resultar engorroso. En este caso, es conveniente partir contando del sumando mayor, utilizando implícitamente la propiedad conmutativa de la suma, que nos dice que $4 + 18$ es lo mismo que $18 + 4$.

La cinta numerada es un recurso que se usa para representar en forma ordenada los números. Es usual también que se use la cinta numerada para sumar. En la figura a continuación, se muestra la suma $8 + 5$.

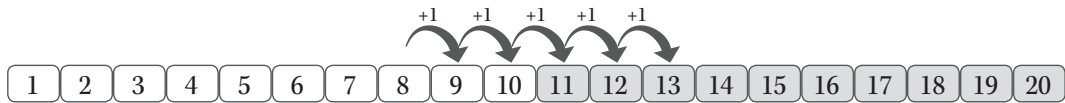


Figura II.7.

El uso de la cinta numerada puede traer dificultades, sobre todo si se asocia la idea de suma con avanzar en la cinta. Por ejemplo, la suma $5 + 2$ se interpreta como avanzar 2 unidades a partir del 5. Si marcamos sobre la cinta el 5 y avanzamos 2 unidades completas, podríamos interpretar que llegamos al 8, pues hay dos recuadros entre el 5 y el 8.

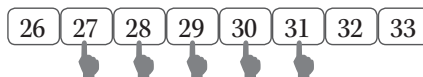


Figura II.8.

El problema anterior no se presenta al usar la recta numérica, pues como los números se ubican sobre un punto, es claro que entre el 5 y el 8 hay 3 unidades de distancia. Otra ventaja de usar la recta numérica es que se puede representar en ella el 0, lo que no se puede hacer de manera razonable en la cinta.

Ejercicios

1. Un estudiante calcula $27 + 5$ utilizando la técnica de sobreconteo. Para realizar el cálculo, dice: “Parto contando del número mayor...” y apoyado en una cinta numerada va señalando los siguientes números:



Luego responde: “27 más 5 es 31”.

- ¿A qué atribuye usted el error del estudiante? Explique su respuesta.
 - ¿Cómo apoyaría al estudiante para que corrigiera su error?
2. Represente las siguientes sumas en la recta numérica y con colecciones de objetos.
- $3 + 8$
 - $5 + 2$
 - $1 + 8$
3. Explique cómo calcular las siguientes sumas usando la técnica de sobreconteo.
- $239 + 5$
 - $8 + 97$
 - $12 + 16$

1.2 La igualdad

En el trabajo con operaciones se usa necesariamente el concepto de igualdad. Es necesario establecer claramente qué entendemos cuando usamos el símbolo (=) para indicar que dos expresiones numéricas son iguales. Por ejemplo, cuando escribimos $3 + 5 = 4 + 4$, estamos afirmando que el número que resulta al realizar la operación del lado izquierdo del símbolo = es el mismo que resulta al realizar la operación del lado derecho. Es claro que las expresiones $3 + 5$ y $4 + 4$ no lucen iguales, sin embargo, ellas hacen alusión al mismo número.

Muchas veces, en Educación Básica no se trata la igualdad con la relevancia y el cuidado que requiere, y su significado queda reducido a una suerte de comando que indica que se debe operar. Por ejemplo, al presentarse la suma $3 + 5 =$, los niños responderán correctamente 8, pero al presentarse un problema como $3 + 5 = \underline{\quad} + 4$, los niños podrían dar respuestas equivocadas, como 8 o 12, interpretando que se solicita calcular un resultado, por ejemplo $3 + 5$ o $3 + 5 + 4$. Quedan de manifiesto, entonces, los problemas que puede causar esta percepción errónea de la idea de igualdad al trabajar con ecuaciones.

Este error también se puede componer, produciendo desarrollos como el siguiente, al tratar de calcular $4 + 8 + 7 + 5$:

$$4 + 8 = 12 + 7 + 5 = 19 + 5 = 24$$

Si bien el resultado es correcto, los pasos realizados indican confusión con el concepto de igualdad. Vemos que se ha usado 3 veces el signo =, de modo que hay 3 afirmaciones: $4 + 8 = 12 + 7$, $12 + 7 = 19 + 5$ y $19 + 5 = 24$. De estas, solo la última es correcta. Este error puede parecer un descuido o desprolijidad sin mayores consecuencias, sin embargo, a medida que se avanza en el estudio de la aritmética y el álgebra, genera una distorsión del sentido de la igualdad que atenta contra la comprensión de propiedades y desarrollos numéricos y algebraicos.

El tema de la igualdad, sus propiedades y las dificultades y errores asociadas a su uso se tratan con mayor detalle en el **Capítulo II** del texto *Álgebra* de esta colección.

Para pensar

¿Cómo se relaciona el error anterior con el uso de la calculadora?

Ejercicio

¿Qué respuestas incorrectas se pueden generar para los siguientes problemas?

- a. $7 + 3 = \underline{\quad} + 2$
- b. $7 \cdot 9 = \underline{\quad} \cdot 3$
- c. $6 + 5 = \underline{\quad} - 4$

1.3 Propiedades de la suma

En general, al realizar sumas usamos intuitivamente ciertas propiedades. Por ejemplo, calcular $18 + 4$ es lo mismo que calcular $4 + 18$, ya que con nuestra interpretación de juntar no hay distinción entre estas dos sumas. Lo mismo ocurre cuando sumamos más de una cantidad, no hay ambigüedad al escribir $5 + 7 + 9$, ya que juntar colecciones con 5 y 7 elementos y luego a la colección resultante agregarle 9, es lo mismo que juntar primero colecciones con 7 y 9 elementos y luego a la colección resultante agregarle 5.

Enunciamos, a continuación, las propiedades básicas de la suma, a las cuales haremos referencia o las usaremos implícitamente a lo largo del capítulo y del texto. Explicaremos la validez de estas propiedades en términos de la interpretación de la suma como juntar colecciones y también las ilustraremos en la recta numérica.

Conmutatividad de la suma

Si juntamos dos colecciones y contamos los objetos de ambas, es indiferente cuál conjunto consideramos primero y cuál después, en cualquier caso nos debe dar la misma cantidad. Esto se conoce como la *conmutatividad de la suma*, es decir, si m y n son dos números, entonces:

$$m + n = n + m$$

En la recta numérica, la propiedad conmutativa puede ser visualizada como se muestra a continuación:

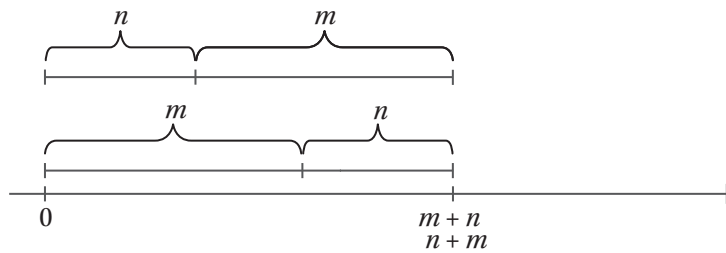


Figura II.9.

Asociatividad de la suma

Si tenemos ahora tres colecciones y queremos contar cuántos objetos hay en total, resulta también intuitivo que podemos juntarlas de distinta manera. Por ejemplo, juntar las dos primeras y a esta nueva colección agregarle la tercera, o agregar a la primera colección la colección que resulta de juntar la segunda y la tercera. Esto se conoce como la asociatividad de la suma, es decir, si m , n y p son tres números, entonces:

$$(m + n) + p = m + (n + p)$$

También podemos visualizar esta propiedad en la recta numérica:

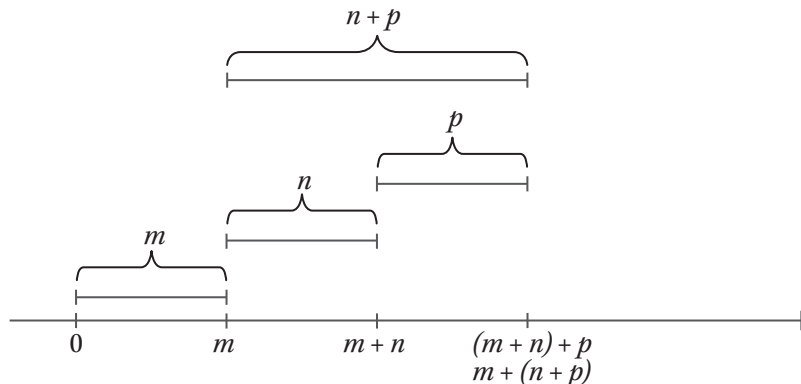


Figura II.10

El 0 es el número neutro para la suma

Imaginemos que tenemos dos cajas en las que se guardan fichas de colores, una con 24 fichas y la otra vacía. Si reunimos el contenido de ambas en otra caja, ¿cuántas fichas tendremos? La cantidad de objetos que hay en total es la misma que hay en la primera colección. Así, para cualquier número n , se tiene que:

$$n + 0 = n$$

Decimos que el 0 es el *neutro respecto de la suma* o el neutro *aditivo*.

1. ¿Cómo se puede ilustrar la propiedad conmutativa para sumas con números pequeños usando los dedos de las manos?
2. Indique qué propiedades se usan en los siguientes desarrollos:
 - a. $56 + 90 + 14 = 70 + 90$
 - b. $45 + 95 = 50 + 90$

1.4 Descomposición aditiva

Hasta el momento, hemos usado conteo y sobreconteo para calcular sumas. Rápidamente estas técnicas se vuelven ineficientes. Las propiedades de la suma y el sistema posicional nos permiten desarrollar otras estrategias.

Por ejemplo, $4 + 7$ puede calcularse como sigue:

$$4 + 7 = (1 + 3) + 7 = 1 + (3 + 7) = 1 + 10 = 11$$

Donde hemos puesto por escrito los detalles que se hacen en forma mental. Nuestro sistema posicional en base 10 hace conveniente agrupar en múltiplos de potencias de 10. Esta estrategia puede adaptarse a un sistema posicional en cualquier base.

Ejemplo

Consideremos la suma $3_5 + 4_5$. Para resolverla, descomponemos 4_5 como $2_5 + 2_5$, ya que al sumar $3_5 + 2_5$ nos dará 10_5 , y podremos calcular directamente el resultado. De esta forma, se tiene:

$$\begin{aligned} 3_5 + 4_5 &= 3_5 + (2_5 + 2_5) \\ &= (3_5 + 2_5) + 2_5 \\ &= 10_5 + 2_5 \\ &= 12_5 \end{aligned}$$

La esencia misma del sistema de notación posicional se basa en la descomposición de los números en potencias de 10 (u otra base). Por ejemplo, el número 2.345 se descompone en unidades, decenas, centenas y unidades de mil:

$$2.345 = 2.000 + 300 + 40 + 5$$

Esta descomposición suele llamarse la *descomposición canónica* del número 2.345 y, como veremos en la próxima sección, es el sustento del algoritmo de la suma. Es conveniente practicar con ella antes de introducir el algoritmo. Por ejemplo, si queremos sumar $123 + 45$, escribimos (o simplemente pensamos):

$$123 + 45 = (100 + 20 + 3) + (40 + 5)$$

Y sumamos separadamente decenas y unidades:

$$123 + 45 = 100 + (20 + 40) + (3 + 5) = 100 + 60 + 8 = 168$$

Observamos que siempre estamos haciendo sumas con números entre 0 y 9. Cuando sumamos $20 + 40$, estamos sumando 2 decenas con 4 decenas.

La descomposición $7 = 5 + 2$ es un ejemplo de una *descomposición no canónica*. Pueden ser usadas para sumar sin utilizar un algoritmo. Por ejemplo, consideremos la suma $35 + 17$. La misma descomposición anterior nos lleva a escribir o, más bien, a pensar:

$$35 + 17 = 35 + (5 + 12) = (35 + 5) + 12 = 40 + 12 = 52$$

Por supuesto, podemos idear ejemplos mucho más complejos que los anteriores, en los que una descomposición sea útil. Resulta necesario, entonces, practicar estas descomposiciones elementales antes de estudiar el algoritmo de la suma. Esta práctica tiene al menos cuatro beneficios:

- Familiarizar al estudiante con el concepto de suma de números en casos en los que se puede visualizar la operación, usando las intuiciones del capítulo anterior (piedras y segmentos) e, incluso, comprobar su corrección.
- Dar fluidez al proceso de cálculo con el algoritmo, ya que este las usa en cada paso. De hecho, lo recomendable es que se practique con sumas por conteo y sobreconteo, y luego con descomposiciones canónicas y no canónicas, antes de enfrentar el algoritmo.
- Como veremos en la sección siguiente, es requisito para comprender la resta.
- Proporciona herramientas para el cálculo mental.

En resumen

La suma se puede asociar a las acciones de juntar, agregar y avanzar, entre otras. Esta operación matemática es conmutativa, asociativa y tiene al 0 como elemento neutro. Estas propiedades, y otras que se pueden demostrar, permiten utilizar estrategias de cálculo basadas en la descomposición aditiva de los sumandos y en las características del sistema de numeración decimal.

Ejercicio

En cada caso, señale una descomposición aditiva conveniente para calcular las sumas. Explique paso a paso el procedimiento.

a. $34 + 26$

b. $62 + 73$

c. $47 + 15$

d. $285 + 287$

1.5 Combinaciones aditivas básicas

Como mencionamos anteriormente, para sumar dos números cualesquiera, en el sistema de numeración decimal, es suficiente con saber sumar números de un dígito. A estas sumas las llamaremos *combinaciones aditivas básicas*.

Inicialmente, estas sumas se resuelven usando estrategias de conteo y sobreconteo, para luego ser memorizadas en forma paulatina por los estudiantes. Estas combinaciones también se pueden representar en la tabla aditiva. Algunas estrategias que nos pueden ayudar a construir y memorizar estas combinaciones son: *los dobles*, *el doble más 1* y *las que suman 10*.

- *Los dobles*: corresponden a la suma de un dígito con sí mismo, es decir, son de la forma $a + a$. Investigaciones señalan que son las primeras que aprenden los niños, es por ello que se utilizan para construir otras combinaciones. En la tabla aditiva, las combinaciones aditivas básicas correspondientes a los dobles están ubicadas en la diagonal principal.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Tabla II.1.

- *El doble más 1*: corresponde a las sumas del tipo $a + (a + 1)$, donde a es un dígito. Para calcular el resultado de este tipo de sumas es posible basarse en los dobles. Por ejemplo, para calcular $4 + 5$, como se sabe que $4 + 4$ es 8, se puede proceder de la siguiente forma:

$$4 + 5 = 4 + (4 + 1) = (4 + 4) + 1 = 8 + 1 = 9$$

Estas combinaciones se muestran sombreadas en la siguiente tabla:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Tabla II.2.

- *Las que suman 10*: corresponden a sumas cuyo resultado es 10. Para construirlas, inicialmente se puede usar el sobreconteo. En la tabla, estas combinaciones se representan gráficamente por la diagonal del 10.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Tabla II.3.

Notamos que la tabla aditiva tiene varias regularidades. Si observamos una fila o una columna y nos detenemos en uno de los recuadros, nos daremos cuenta de que el número que sigue es 1 más que este; por ejemplo, la suma $4 + 6$ es igual a $4 + (5 + 1) = (4 + 5) + 1$, es decir, el número anterior más 1. Por otra parte, también notamos que basta con completar el triángulo superior o inferior que se forma respecto la diagonal principal, pues la suma es conmutativa y, por lo tanto, la tabla es simétrica respecto de la diagonal principal.

Las sumas cuyo resultado es un número menor que 10 se pueden encontrar a partir de las estrategias antes mencionadas. En la tabla, estas combinaciones están representadas como se muestra a continuación.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Tabla II.4.

El estudio de las combinaciones aditivas básicas se inicia en la Educación Parvularia y continúa en 1° Básico. En niveles como 2°, 3° o 4° Básico, se extienden a las decenas y centenas, es decir, para calcular sumas del tipo $50 + 40$, $500 + 400$ o $5.000 + 4.000$, donde se espera que los niños reflexionen que, sabiendo que $5 + 4$ es 9, se puede deducir directamente que $50 + 40 = 90$ y $500 + 400 = 900$. Es importante dar relevancia a estas combinaciones, tanto en niveles iniciales como en niveles posteriores, pues es posible encontrar estudiantes que para calcular, por ejemplo, $800 + 600$ utilizan el algoritmo usual.

1. Ubique en la tabla los números cuya suma es mayor que 10.
2. Usando la tabla aditiva, encuentre todos los pares de números cuya suma es: 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

1.6 Estrategias de cálculo mental para sumar

En esta sección, abordaremos distintas estrategias que, basándose en las propiedades del sistema de numeración decimal y de las operaciones, permiten calcular una suma sin necesariamente hacer cálculos escritos. Cabe señalar que en algunas de estas estrategias se utiliza la resta, tema que profundizaremos más adelante en este capítulo, pero cuyo uso no dificulta el tratamiento del tema de esta sección.

Sobreconteo

Como vimos anteriormente, para sumar dos números, uno de ellos de un dígito, podemos usar la técnica del sobreconteo. Por ejemplo, para calcular $38 + 3$ se cuenta 3 a partir de 38. Esta técnica puede extenderse y ser utilizada en un ámbito numérico mayor, sobrecontando de 10 en 10, de 100 en 100, etc. Así, por ejemplo, para calcular $265 + 40$ se puede sobrecontar a partir de 265, 40 más, diciendo la secuencia de 10 en 10, como se muestra en la Figura II.11.

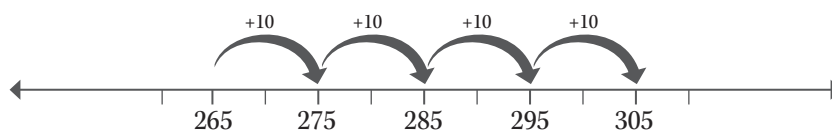


Figura II.11.

Las secuencias de 10 en 10 y de 100 en 100 se estudian en los primeros niveles de Educación Básica, junto a las propiedades del sistema de numeración y las técnicas de conteo.

Composición canónica

Ciertos tipos de suma se pueden obtener directamente a partir de la estructura del sistema de numeración que usamos, haciendo una *composición canónica*. Algunas de ellas son las siguientes:

- Un múltiplo de 10 más un dígito, por ejemplo: $40 + 7$ o $340 + 7$.
- Un múltiplo de 100 más un múltiplo de 10 o un número de dos cifras, por ejemplo: $300 + 40$ o $300 + 47$.
- Un múltiplo de 100 más un dígito, por ejemplo: $300 + 7$.
- Un número de tres cifras con un 0 en la posición de las decenas, más un múltiplo de 10, por ejemplo: $307 + 40$.
- Un múltiplo de 100 más un múltiplo de 10, más un dígito, por ejemplo: $300 + 40 + 7$.

De la misma forma, se pueden extender estas relaciones a números de más cifras. Como se mencionó en el capítulo anterior, el carácter aditivo del sistema de numeración oral hace que al nombrar los sumandos se pueda establecer directamente su resultado, por ejemplo, “cuatrocientos, más cincuenta, más dos”. Esta propiedad de los números, que facilita el cálculo de este tipo de sumas, puede llevar a errores a los estudiantes, cuando se yuxtaponen los números que están nombrando. En el caso anterior, un posible error es componer el número como 40052.

Completar la decena: trasvasije y compensación

Otra técnica que se puede utilizar para calcular sumas mentalmente es modificar los sumandos, ya sea sumando o restando, para transformar la suma en otra que tenga el mismo resultado, pero sea más simple de calcular.

Una estrategia habitual es *completar una decena*. Esto consiste en agregar o restar a uno de los sumandos una cantidad conveniente y así completar una decena o, en general, un múltiplo de una potencia de 10.

Por ejemplo, para calcular $37 + 25$, se puede agregar 3 al primer sumando y escribirlo como 40. Luego, para no alterar el resultado, se debe restar la misma cantidad al otro sumando, obteniendo así $37 + 25 = 40 + 22 = 62$.

Analicemos el funcionamiento de la técnica en forma pictórica, considerando 37 y 25 cuadrados respectivamente, agrupados como se muestra en la figura:

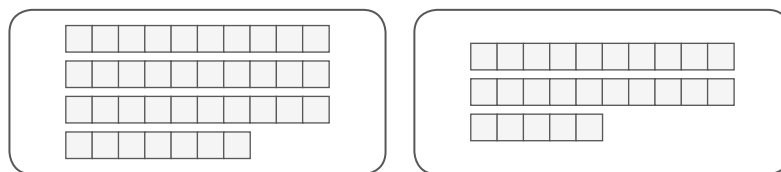


Figura II.12.

Para saber la cantidad total de cuadrados que se obtienen al juntar ambos grupos, debemos calcular $37 + 25$. Al observar las colecciones, vemos que se puede formar una barra de 10 sacando 3 cuadrados de la segunda colección y agregándoselos a la primera:

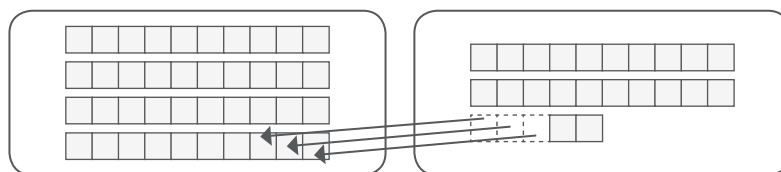


Figura II.13.

Así, un grupo queda con 40 cuadrados, mientras que el otro queda con 22. Hemos transformado la suma $37 + 25$, en la suma $40 + 22$, que dará el mismo resultado, pero es más fácil de calcular, pues uno de los términos corresponde a un múltiplo de 10. A esta técnica, en que sumamos (o restamos) a un sumando lo mismo que restamos (o sumamos) al otro, se le llama usualmente *trasvasije*.

Otra estrategia consiste en hacer una *compensación*, es decir, completar una decena y una vez calculada la suma, restar (o sumar) la cantidad agregada (o quitada). Por ejemplo, para calcular $39 + 25$, se agrega 1 al 39 para obtener 40, y se calcula $40 + 25 = 65$. Como agregamos 1 al primer sumando, el resultado obtenido es 1 *más* que el resultado de la suma original, por tanto, compensamos restando 1 al resultado. Así, $39 + 25 = 64$.

Tanto la compensación como el trasvasije se pueden usar en cualquier ámbito numérico, es decir, frente a números de dos o más cifras. Estas técnicas serán justificadas cuando estudiemos las propiedades de la resta (apartado 2.1).

Ejercicios

- Calcule mentalmente y explique la estrategia usada.
 - $500 + 200$
 - $1.798 + 266$
 - $9 + 5$
 - $2.443 + 7$
 - $4.325 + 800$
 - $997 + 98$
- Un niño resuelve la suma $28 + 15$ de la siguiente forma:

2	8	+	1	5	=			
	↓							
3	0	+	1	5	=	4	5	
Respuesta 45								

¿En qué se equivoca el niño? Argumente su respuesta.

1.7 El algoritmo usual de la suma

Cuando sumamos dos números de tres o más cifras en forma escrita, generalmente usamos un algoritmo que aprendimos en los primeros niveles de Educación Básica. Este algoritmo para sumar es simple y resumido, y su funcionamiento, en general, se estudia de manera mecánica, muchas veces sin darle un sentido matemático a las acciones que realizamos. Pero, ¿qué conocimientos matemáticos justifican su funcionamiento?, ¿por qué empezamos desde la derecha y no desde la izquierda, como en la división? Habitualmente, estas y otras preguntas no son planteadas cuando se estudia el algoritmo. En esta sección, estudiaremos el funcionamiento de dicho algoritmo, lo cual permitirá dar respuesta a estas preguntas.